

# AVALIAÇÃO DE MÉTODOS DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA EM IMAGENS DIGITAIS<sup>1</sup>

Rafael Mendes PEREIRA<sup>2</sup>, Renato Bobsin MACHADO<sup>3</sup>,  
Huei Diana LEE<sup>4</sup>, Feng Chung WU<sup>5</sup>, Sérgio DALMÁS<sup>6</sup>

Escrito para apresentação na II JORNADA CIENTÍFICA DA UNIOESTE  
11 a 13 de junho de 2003 – Unioeste – PRPPG – Campus de Toledo - PR

**RESUMO:** Este trabalho apresenta um estudo que tem como propósito melhorar a estimativa do valor de áreas formadas por gráficos pertencentes à função Força x Elongação, provenientes do teste biomecânico Energia Total de Ruptura, sendo essas representadas por imagens digitais. Com auxílio de técnicas de Processamento de Imagens Digitais foram implementados e aplicados dois conceitos de Integração Numérica, soma de Riemann e Regra dos Trapézios, para determinar o valor dessas áreas. A avaliação dos resultados mostrou que o método de Integração Numérica Regra dos Trapézios alcançou resultados mais precisos em relação à soma de Riemann para o conjunto de gráficos utilizados nesses experimentos.

**PALAVRAS CHAVES:** Soma de Riemann, Regra dos Trapézios, Processamento de Imagens Digitais.

## USING NUMERICAL INTEGRATION METHODS TO EVALUATE DIGITAL IMAGE

**ABSTRACT:** This work presents a series of experiments with the objective of augmenting the precision of the area definition, obtained from Force x Elongation function graphic. These graphics were provided by the Rupture Total Energy biomechanical test and were represented on the form of digital images. Using Digital Image Processing techniques, two Numeric Integration concepts, Riemann and Trapezoids, were implemented and applied to determine this area value. The results evaluation showed that the Trapezoids Numeric integration method achieved a better performance than the Riemann method.

**KEYWORDS:** Riemann method, Trapezoids method, Digital Image Processing.

**INTRODUÇÃO:** Este trabalho foi motivado pela necessidade do tratamento de gráficos gerados durante a realização dos testes biomecânicos Energia Total de Ruptura (ETR) (MACHADO et al, 2002). Utilizando-se esse método experimental, o comportamento de materiais biológicos, tais como alças intestinais, pode ser captado por meio de gráficos

---

<sup>1</sup> Projeto de pesquisa desenvolvido no Laboratório de Bioinformática – LABI, Centro de Engenharias e Ciências Exatas, UNIOESTE, Foz do Iguaçu – PR, Caixa Postal 961 CEP 85870-900, Foz do Iguaçu, PR Tel.: 45 5752727, ramal 1114, Fax: 45 5752733.

<sup>2</sup> Aluno do Curso de Ciência da Computação, estagiário do LABI, Centro de Engenharias e Ciências Exatas, UNIOESTE, Foz do Iguaçu – PR; labi@unioeste.br.

<sup>3</sup> Professor do Centro de Engenharias e Ciências Exatas, UNIOESTE, Foz do Iguaçu – PR; Coordenador da Área de Computação do LABI.

<sup>4</sup> Professora do Centro de Engenharias e Ciências Exatas, UNIOESTE, Foz do Iguaçu – PR; Coordenadora Geral do LABI.

<sup>5</sup> Pesquisador da Faculdade de Ciências Médicas da UNICAMP, Campinas-SP; Coordenador da Área Médica do LABI.

<sup>6</sup> Professor do Centro de Engenharias e Ciências Exatas, UNIOESTE, Foz do Iguaçu – PR; Pesquisador Colaborador do LABI.

representados por imagens digitais e funções geradas por polígrafo analógico. Desse modo, tornou-se necessária a aplicação do Processamento de Imagens Digitais para obtenção de informações contidas nesses gráficos. Entretanto, a digitalização do gráfico pode causar perdas de precisão ou modificações nas informações obtidas. Assim, experimentos foram realizados com o objetivo de avaliar e definir o melhor método de integração numérica, que aplicado a esses dados, resulte em uma maior aproximação da área dos gráficos.

**METODOLOGIA:** Para a realização desses experimentos foram implementados diversos métodos para o processamento das imagens e integração numérica do gráfico. Para isso, utilizou-se nos testes, imagens digitalizadas em formato BitMap (BMP) com resolução de 72 dpi - *dots per inch*. Estas imagens, assim como os valores exatos das áreas dos gráficos nelas contidas, foram obtidos do teste biomecânico ETR - Energia Total de Ruptura (WU, 2003), por meio do SABI - Sistema de Aquisição e Análise de Dados Biomecânicos (MACHADO et al.,2002). Esses gráficos são funções contínuas representando Força x Elongação, sendo grama força (gf) no eixo das ordenadas e centímetro (cm) nas abscissas. Os experimentos consistiram na comparação da área real do gráfico com a área do gráfico digitalizado. Para isso foi necessário determinar uma proporção entre pixels e unidades gf e cm. Essa relação foi determinada por meio de interação manual, sendo necessário clicar com o mouse nos pontos da figura que representavam os intervalos de um cm ( $N$  pixels) e 20 gf ( $M$  pixels) (Figura 1).

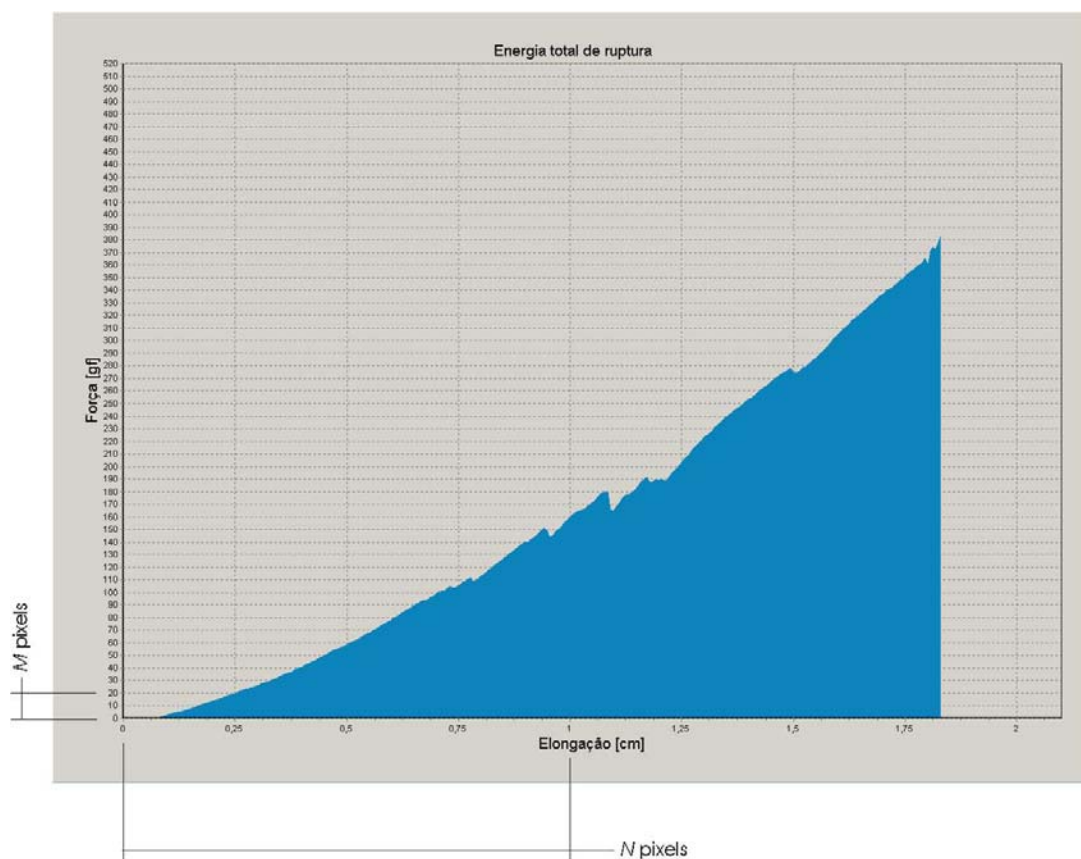


FIGURA 1 - Determinação da quantidade de pixels equivalentes a um cm e 20 gf para o cálculo da proporcionalidade entre os atributos.

O processo de cálculo da área do gráfico consiste em dois estágios. O primeiro compreende identificar e separar o gráfico na imagem, assim como representá-lo em formato vetorial. O segundo é responsável por aplicar os métodos para o cálculo da área.

### Primeiro Estágio: Identificação e Separação do Gráfico.

Para a identificação e separação do gráfico, a imagem foi segmentada em duas regiões, gráfico e fundo, por meio da limiarização global (GONZALEZ e WOODS, 2000; COSTA e CESAR JR., 2000). Tendo o gráfico sido identificado as demais informações foram descartadas. Para isso um limiar único equivalente à cor do gráfico foi definido, e uma varredura na imagem, representada por  $f(x,y)$ , foi efetuada conforme a função a seguir:

$$g(x,y) = \begin{cases} 255 & \text{se } f(x,y) < T \\ 0 & \text{se } f(x,y) = T \end{cases} \quad \text{onde } T \text{ representa o limiar definido.}$$

Em outras palavras, na imagem representada por  $g(x,y)$ , resultante desse passo da limiarização, os pixels da figura  $f$  diferentes ao limiar  $T$  foram rotulados com o valor 255 (branco), e os iguais a  $T$  foram rotulados com o valor 0 (preto), resultando assim em uma imagem binária (Figura 2).

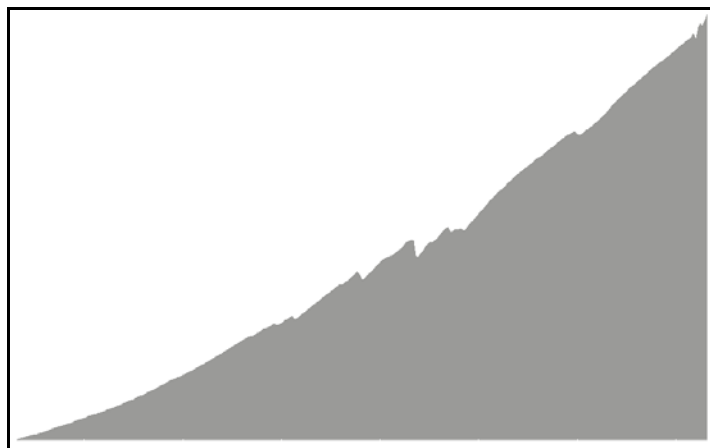


FIGURA 2 – Imagem resultante da limiarização.

Posteriormente, o aglomerado de pixels rotulado com preto foi representado em um formato vetorial, no qual cada item era equivalente ao número de pixels de cada coluna do gráfico. A Figura 3 apresenta, como exemplo, uma parte do gráfico no qual cada célula representa um pixel da imagem resultante da limiarização, e  $S$  contém a quantidade de pixels que formam cada coluna do gráfico.

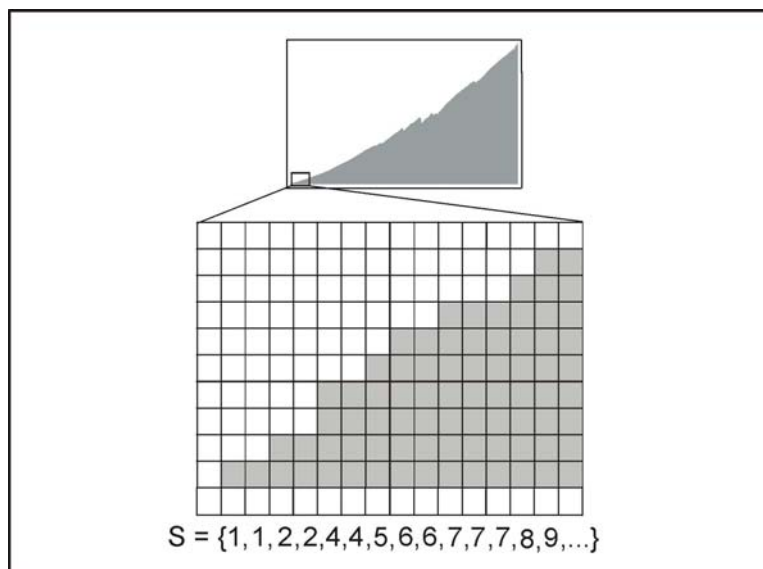


FIGURA 3 – Representação vetorial de parte do gráfico da Figura 2.

### Segundo Estágio : Integração Numérica.

Após a representação vetorial do gráfico, foram aplicados dois conceitos de integração numérica para calcular sua área total, sendo seus resultados comparados com a área do gráfico fornecida pelo SABI. O primeiro método segue a notação da soma de Riemann com partição regular (SWOKOWSKI, 1994), onde a área do gráfico é aproximado por meio de retângulos. A representação do gráfico no formato vetorial possibilitou essa aproximação, já que cada elemento do vetor representava um retângulo, com altura igual a coluna de pixels e base a presença fixa de um pixel. Com isso a aproximação da área foi obtida com a soma das áreas de todas os retângulos, conforme a notação a seguir:

$$A' = \sum_{k=0}^n f(u_k) \Delta x \quad (1)$$

onde  $u_k$  é o elemento  $k$  do vetor,  $f(u_k)$  a altura e  $\Delta x$  a base da coluna retangular de pixels no elemento  $k$ ,  $n$  o número de elementos do vetor e  $A'$  a área em gf.cm do gráfico digitalizado. O segundo método calcula a área com a notação da Regra dos Trapézios, onde a área do gráfico é aproximada não pela soma de retângulos, mas sim pela soma de áreas de trapézios (SWOKOWSKI, 1994; BARROSO et al., 1987), conforme a equação:

$$A'' = \frac{\Delta x}{2} \left[ f(x_0) + \sum_{k=1}^{n-1} 2f(x_k) + f(x_n) \right] \quad (2)$$

Nesse trabalho os trapézios foram formados com a média das colunas retangulares subseqüentes representadas no vetor. Isso pode ser observado de acordo com a equação a seguir:

$$T_k = \frac{\Delta x}{2} [f(x_{k-1}) + f(x_k)] \quad (3)$$

onde a área  $T_k$  do trapézio  $k$  é constituída pelo produto da média das alturas  $f(x_{k-1})$  e  $f(x_k)$ , das colunas retangulares  $k-1$  e  $k$ , com as suas respectivas bases  $\Delta x$ . A soma de todos os trapézios resultou em uma aproximação da área total do gráfico, que segue a proporção entre gf/pixel e cm/pixel definida anteriormente, obtendo-se uma área em gf.cm. A Figura 4a mostra a área computada com o primeiro método, onde são somados todos os retângulos, e a Figura 4b ilustra a área total calculada com os trapézios.

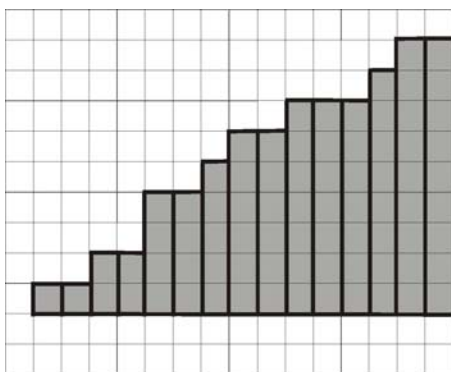


FIGURA 4a. Área calculada com a Soma de Riemann.

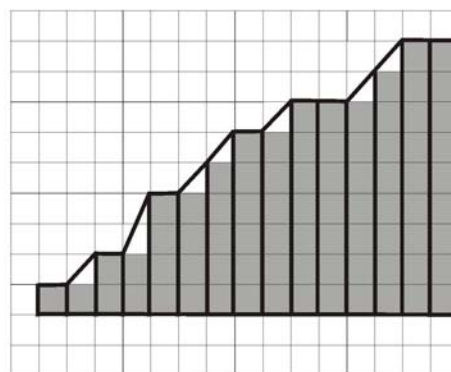


FIGURA 4b. Área calculada com a Regra dos Trapézios.

Assim com a premissa de determinar qual dentre os métodos anteriormente descritos resulta em uma melhor aproximação em relação à área real, aplicou-se os métodos para 16 figuras com as mesmas características.

**RESULTADOS E DISCUSSÃO:** Os métodos implementados nesse trabalho e aplicados às 16 imagens, aproximam a área da função por meio de polígonos regulares, tendo cada método características distintas. Para a realização das comparações entre os métodos, como um requisito, o processo de extração do gráfico da figura não poderia incurrir erros sobre a área, justificando o uso da linearização global (GONZALEZ e WOODS, 2000; COSTA e CESAR JR., 2000) na segmentação da imagem, pois este método, para esse conjunto de experimentos, não altera a forma das imagens. Para tanto era necessário que a área exata de cada um dos gráficos, sem ruídos, fosse primeiramente conhecida. Deste modo, utilizou-se gráficos fornecidos pelo SABI. Escolheu-se usar o formato Bitmap (BMP) para a representação das imagens por sua ampla utilização na área de Processamento de Imagens Digitais. Nele, as imagens são representadas em uma matriz de pixels, sendo os gráficos digitalizados nesse formato constituídos por um aglomerado de colunas retangulares de pixels. Essa é a mesma interpretação geométrica da notação de integração numérica da soma de Riemann (SWOKOWSKI, 1994), cuja área de uma função é aproximada primeiramente construindo-se retângulos em cada intervalo da função e posteriormente calculando-se a soma de suas áreas para obtenção do valor da área total. Assim, com a soma de Riemann com partições iguais, obteve-se uma primeira aproximação das áreas. Já para o segundo método avaliado, considerando-se as características da origem dos dados, a área foi calculada com o mesmo conceito utilizado no SABI. Nele os pontos obtidos do experimento são integralizados e o gráfico é formado pela Regra dos Trapézios (SWOKOWSKI, 1994; BARROSO et al., 1987). Desse modo, obteve-se uma segunda aproximação das áreas dos gráficos. Os erros obtidos nesse experimento utilizando-se as duas aproximações são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Resultados dos Experimentos.

Imagens	soma de Riemann	Regra dos Trapézios
	<i>Erro %</i>	<i>Erro %</i>
1	0,40237	0,27726
2	0,34988	0,22723
3	0,38170	0,27704
4	0,67821	0,55377
5	0,40200	0,25239
6	0,42386	0,27436
7	0,75324	0,55482
8	0,62448	0,47752
9	0,40566	0,23942
10	0,50886	0,35101
11	0,53608	0,40552
12	0,41871	0,28219
13	0,34692	0,23067
14	0,47081	0,34078
15	0,32207	0,20525
16	0,57927	0,44717

Tabela 2. Médias e Desvios Padrão dos Experimentos.

	soma de Riemann	Regra dos Trapézios
<b>Média</b>	0,47526	0,33728
<b>Desvio Padrão</b>	0,00127	0,00116

Comparando-se os erros das aproximações para cada uma das 16 imagens, em todos os casos, a Regra dos Trapézios apresenta uma maior precisão. Em outras palavras, a aproximação da área da imagem digitalizada, por meio da Regra dos Trapézios, em relação ao valor exato da área, foi melhor que a aproximação obtida empregando-se a Soma de Riemann. Esse resultado pode ser justificado pela natureza das imagens consideradas, as quais são gráficos da função Força x Elongação. A Regra dos Trapézios apresentou uma melhor aproximação, pois proporcionou uma suavização entre os pontos da imagem considerados para a integração numérica, compensando valores que possam ter sido perdidos na digitalização, quando a imagem foi restringida a forma matricial, distorcendo curvas e retas com ângulos não retos. A Tabela 2 apresenta médias e desvios padrão para os dois métodos utilizados neste experimento. Esses valores também mostram que a Regra dos Trapézios apresenta maior precisão para esse conjunto de imagens para p-valor = 0,0001.

**CONCLUSÃO:** Com os resultados apresentados neste trabalho, pode-se concluir que o método de integração numérica da Regra dos Trapézios apresenta um resultado mais preciso para esse tipo de imagens. Deste modo, torna-se viável a aplicação desse método em qualquer gráfico que contenha as mesmas características levantadas nesses experimentos.

**AGRADECIMENTOS:** Aos colegas Daniel de Faveri Honorato, Jean Metz, Maikon A. F. Bueno e Richardson F. Voltolini. Ao Instituto de Tecnologia em Automação e Informática (ITAI) por viabilizar a bolsa de estudos.

#### **REFERÊNCIAS:**

- BARROSO, Leônidas C., BARROSO, Magali M. de A., CAMPOS FILHO, Frederico F., CARVALHO, Márcio L. B de, MAIA, Miriam L. **Cálculo Numérico**, Harbra, 2.Ed., São Paulo, 1987.
- COSTA, Luciano da F., CESAR JR., Roberto M. **Shape Analysis and Classification**, CRC Press, United States of America, 2000.
- GONZALEZ, Rafael C., WOODS, Richard E. **Processamento de Imagens Digitais**, Edgard Blücher, 1.Ed., São Paulo, 2000.
- MACHADO, Renato B., LEE, Huei D., WU, Feng C., FAGUNDES, João J., GÓES, Juvenal R. N., COY, Claudio S. R., VOLTOLINI, Richardson F., METZ, Jean. **A Computational System to Evaluate Biomechanical Colonic Test: SABI - Biomechanical Data Acquisition and Analysis System**, International Conference on Computer Science, Software Engineering, Information Technology, e-Business, and Applications - CSITeA'02, 352–356, 2002.
- SWOKOWSKI, Earl W. **Cálculo com Geometria Analítica**, Makron Books, 2.Ed., São Paulo, 1994.
- WU, Feng C. **Ação da concentração de oxigênio em cicatrização cólica comprometida ou não por isquemia: trabalho experimental em ratos**. Campinas, 2003, Tese (Doutoramento em Cirurgia - em Andamento) – Faculdade de Ciências Médicas, Unicamp.